

$$1.8) S = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$

$$\begin{cases} 2v_1 - v_2 + v_3 = 0 \rightarrow v_1 = \frac{v_2}{2} - \frac{v_3}{2} \rightarrow v_1 = \frac{v_4}{2} - \frac{v_3}{2} & \text{I} \\ \cancel{2v_1} + v_3 - v_4 = 0 \rightarrow v_2 - v_3 + v_3 - v_4 = 0 \rightarrow v_2 = v_4 & \text{II} \end{cases}$$

Busca un primer sist. de generadores:

$$v = \alpha_1 \cdot v_1 + \alpha_2 \cdot v_2 + \alpha_3 \cdot v_3 + \alpha_4 \cdot v_4 \rightarrow \text{uso la relación despejada} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \alpha_1 \cdot \left(\frac{v_4}{2} - \frac{v_3}{2} \right) + \alpha_2 \cdot v_4 + \alpha_3 \cdot v_3 + \alpha_4 \cdot v_4 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \alpha_1 \cdot \frac{v_4}{2} - \alpha_1 \cdot \frac{v_3}{2} + \alpha_2 v_4 + \alpha_3 v_3 + \alpha_4 v_4 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = v_3 \cdot \underbrace{\left(-\frac{\alpha_1}{2} + \alpha_3 \right)}_{\text{ESCALAR}} + v_4 \cdot \underbrace{\left(\frac{\alpha_1}{2} + \alpha_2 + \alpha_4 \right)}_{\text{ESCALAR}}$$

Por lo tanto, un primer sist. de generadores es $\{v_3, v_4\}$
 y si son LI (no puedo verificarlo) es minimal, lo que
 sé es que un sist. minimal tendrá ≥ 0 menos elementos elementales.

Busco un segundo sistema de generadores:

$$\begin{cases} 2v_1 - v_2 + v_3 = 0 \rightarrow v_2 = 2v_1 + v_3 \\ 2v_1 + v_3 - v_4 = 0 \rightarrow \cancel{2v_1 + v_3} - v_4 = 0 \rightarrow v_4 = 2v_1 + v_3 \end{cases}$$

entonces generadores

$$v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 \underbrace{(2v_1 + v_3)}_{v_2} + \alpha_3 v_3 + \alpha_4 \underbrace{(2v_1 + v_3)}_{v_4} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \alpha_1 v_1 + 2\alpha_2 v_1 + \alpha_2 v_3 + \alpha_3 v_3 + 2\alpha_4 v_1 + \alpha_4 v_3 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = v_1 (\alpha_1 + 2\alpha_2 + 2\alpha_4) + v_3 (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)$$

Entonces el generador es: $\{\cancel{\alpha_1} v_1, v_3\}$

Busco otro sist. de generadores:

$$\begin{cases} 2v_1 - v_2 + v_3 = 0 \rightarrow v_3 = -2v_1 + v_2 \rightarrow v_3 = -2v_1 + v_4 \\ 2v_1 + v_3 - v_4 = 0 \rightarrow 2v_1 - 2v_1 + v_2 - v_4 = 0 \rightarrow v_2 = v_4 \end{cases}$$

$$v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 \underbrace{v_4}_{v_2} + \alpha_3 \underbrace{(-2v_1 + v_4)}_{v_3} + \alpha_4 v_4 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = \alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_4 - 2\alpha_3 v_1 + \alpha_3 v_4 + \alpha_4 v_4 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = v_1 (\alpha_1 - 2\alpha_3) + v_4 (\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)$$

Por lo tanto otro generador es $\{v_1, v_4\}$

~~11.11~~ También como podrían tener menos de z elementos,
Posibles generadores minimales son: $\{v_1\}$, $\{v_2\}$, $\{v_3\}$, $\{v_4\}$.

Básicamente pueden ser todas las combinaciones de los v_i
menos $\{v_1, v_2, v_3\}$, $\{v_1, v_3, v_4\}$, $\{v_1, v_2, v_4\}$, $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$,
 $\{v_2, v_3, v_4\}$ ya que por las ecuaciones que nos dan, son LD

Luego cualquier combinación de estos v_i con z o menos elemen-
tos, puede ser generador minimal.